ELEKTRIZITÄT UND MAGNETISMUS

Tipler-Mosca

21. Das elektrische Feld I: diskrete Ladungsverteilungen (The electric field I: discrete charge distributions)

21.1 Elektrische Ladung (Electric Charge)

21.2 Leiter und Nichtleiter (Conductors and insulators)

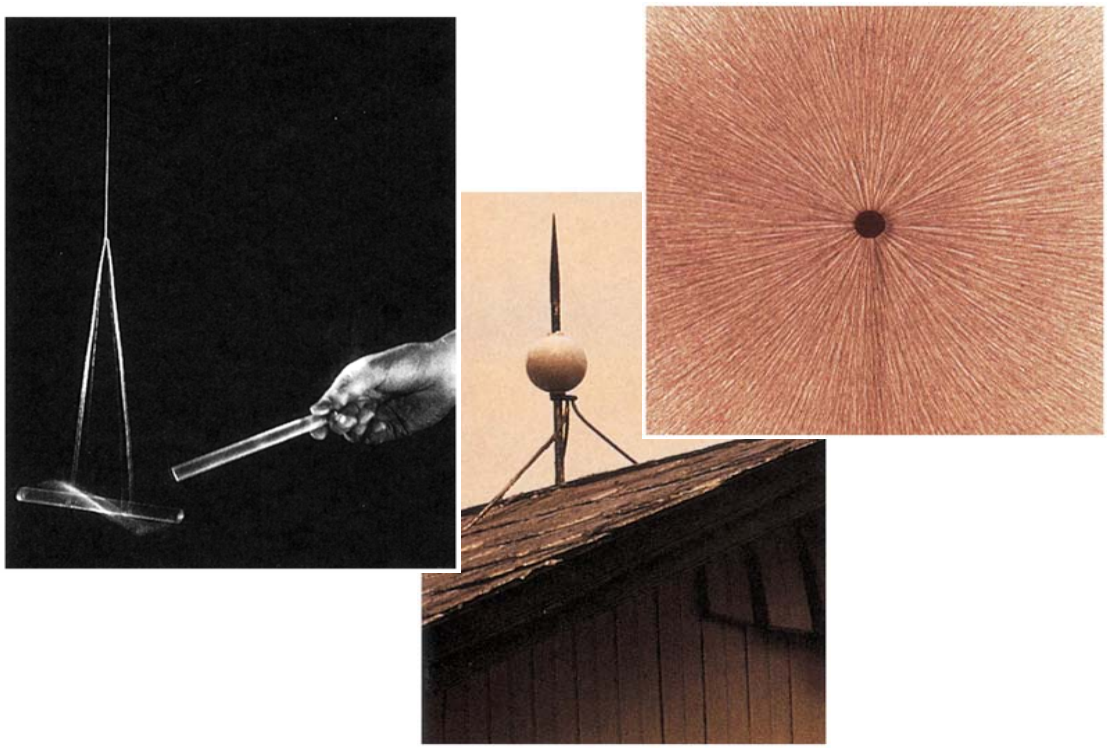
21.3 Das Coulomb'sche Gesetz (Coulomb's law)

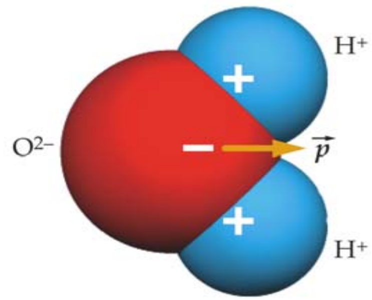
21.4 Das elektrische Feld (The electric field)

21.5 Elektrische Feldlinien (Electric field lines)

21.6 Bewegung von Punktladungen in elektrischen Feldern (Motion of point charges in electric fields)

21.7 Elektrische Dipole in elektrischen Feldern (Electric dipoles in electric fields)





Dubbel

21.1 Elektrische Ladung (Electric Charge)

Zwei an einem Fell geriebene Plastikstäbe stoßen sich gegenseitig ab

Triboelektrische Reihe:
Je weiter unten in der Reihe ein Material steht, desto größer seine Affinität für Elektronen

TABLE 21-1

The Triboelectric Series

+ Positive End of Series
Asbestos
Glass
Nylon
Wool
Lead
Silk
Aluminum
Paper
Cotton
Steel
Hard rubber
Nickel and copper
Brass and silver
Synthetic rubber
Orlon
Saran
Polyethylene
Teflon
Silicone rubber
– Negative End of Series

Objekte mit Ladungen
mit entgegengesetzten Vorzeichen $\Rightarrow$ Abstoßung
mit gleiche Vorzeichen $\Rightarrow$ Anziehung

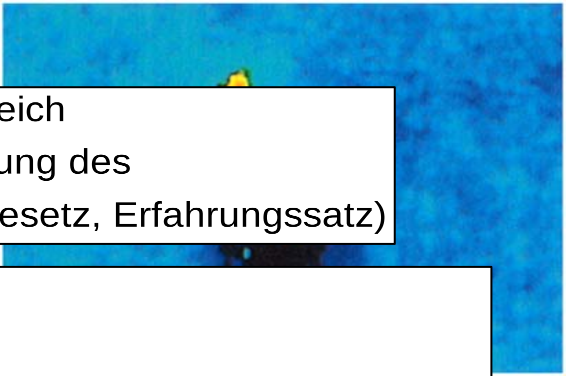
Nach Franklin:
Überschußladung +
Mangelladung –
Willkürliche Wahl: Ladung auf einem Glasstab, gerieben mit Seide, positiv

Beim Reiben werden Elektronen von Glas auf Seide übertragen $\Rightarrow$
Glas wird positiv,
Seide negativ geladen

Ladungsquantisierung

Jeses Material besteht aus Atomen:
Kern aus Protonen (positiv geladen, $+e$) und Neutronen (ungeladen),
Anzahl der Protonen = Kernladungszahl Z des Elements,
Elektronenhülle aus Elektronen (negativ geladen, $-e$) $\Rightarrow$
Gesamtladung des Atoms = null;
e wird Elementarladung bezeichnet, innere Eigenschaft des Teilchens,
genauso wie Masse und Spin innere Eigeschaften des Teilchens sind.

Alle beobachtbare Ladungen treten in ganzzahligen Vielfachen von e auf $\Rightarrow$ die Ladung ist quantisiert $\Rightarrow$
$q = \pm n\, e$.



Ladungserhaltung

Bei allen Prozessen ist die Gesamtladung der Teilchen vor der Wechselwirkung gleich der Gesamtladung der Teilchen nach der Wechselwirkung $\Rightarrow$ die elektrische Ladung des Universums ist konstant: Gesetz der Erhaltung der Ladung (fundamentales Naturgesetz, Erfahrungssatz)

SI-Einheit der Ladung: Coulomb (C),
wird über die Grundeinheit des elektrischen Stromes, das Ampere (A) definiert:
Das Coulomb (C) ist die Ladungsmenge, die in einer Sekunde durch die Querschnittsfläche eines Drahts fließt, wenn die Stromstärke im Draht ein Ampere beträgt.

$$e = 1.602177 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \approx 1.60 \times 10^{-19}\,e \qquad 21\text{-}1$$

FUNDAMENTAL UNIT OF CHARGE

Beispiel 21.1: Wie viel Elektronenladung steckt in einem Kupferpfennig?

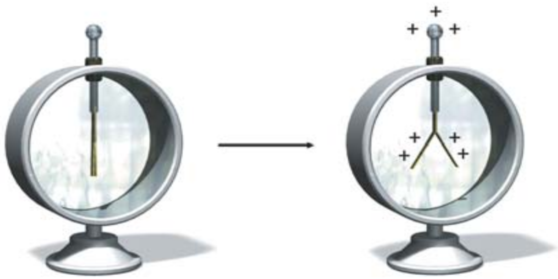
Kupferpfenning (Kernladungszahl $Z = 29,$ molare Masse $M_{\mathrm{Cu}} = 63.5$ g) mit Masse $m = 3$ g,
gesucht Gesamtladung aller Elektronen:
mit n_{e} Gesamtzahl der Elektronen $\Rightarrow$ Gesamtladung $q = n_{\mathrm{e}}(-e)$

mit $n_{\mathrm{e}} = Z\, n_{\mathrm{Cu}}$ und $n_{\mathrm{Cu}} = \dfrac{m}{M_{\mathrm{Cu}}} N_{\mathrm{A}} = \dfrac{3\text{ g}}{63.5\text{ g mol}^{-1}}\left(6.02\times10^{23}\text{ Atome mol}^{-1}\right) = 2.84\times10^{22}$ Atome $\Rightarrow$

$n_{\mathrm{e}} = Z\, n_{\mathrm{Cu}} = (29\text{ Elektronen pro Atom})\left(2.84\times10^{22}\text{ Atome}\right) = 8.24\times10^{23}$ Elektronen $\Rightarrow$

$q = n_{\mathrm{e}}(-e) = \left(8.24\times10^{23}\text{ Elektronen}\right)\left(-1.6\times10^{-19}\text{ C pro Elektronen}\right) = -1.32\times10^{5}\text{ C}$

21.2 Leiter und Nichtleiter (Conductors and insulators)



Messung der Aufladung mit einem Elektroskop

Leiter: Stoffe, in denen sich ein Teil der Elektronen frei bewegen kann;

Nichtleiter: Stoffe, in denen keine Elektronen frei beweglich sind.

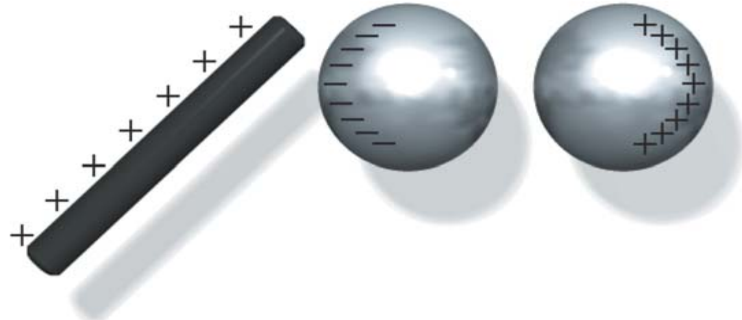
Kupfer-Atom: Außenelektronen wegen größeren kernabstand und wegen Abstoßung durch die inneren Elektronen schwach gebunden,
metallisches Kupfer: infolge der Wechselwirkungen zwischen den vielen Kupfer-Atomen $\Rightarrow$
Bindung der äußeren Elektronen weiter reduziert $\Rightarrow$ freies Elektronengas in einem Leiter;
Ion: Atom, das ein Elektron verloren (aufgenommen) hat $\Rightarrow$ positiv (negativ) geladen
Ionen sind im Kristallgitter angeordnet, elektrisch neutral wenn für jedes Gitterion ($+e$) ein freies Elektron ($-e$) vorhanden ist.
Die Gesamtladung eines Leiters kann durch durch Zufuhr oder Abfuhr von Elektronen geändert werden $\Rightarrow$ negativ = Überschuß, positiv = Defizit an freien Elektronen.

Aufladen durch Influenz (elektrostatische Induktion)

Entgegengesetzte Aufladung der
in Kontakt stehende Kugel durch den Stab

Ein Leiter, der entgegengesetzt gleiche Ladungen
an seinen Enden besitzt, nennt man polarisiert.

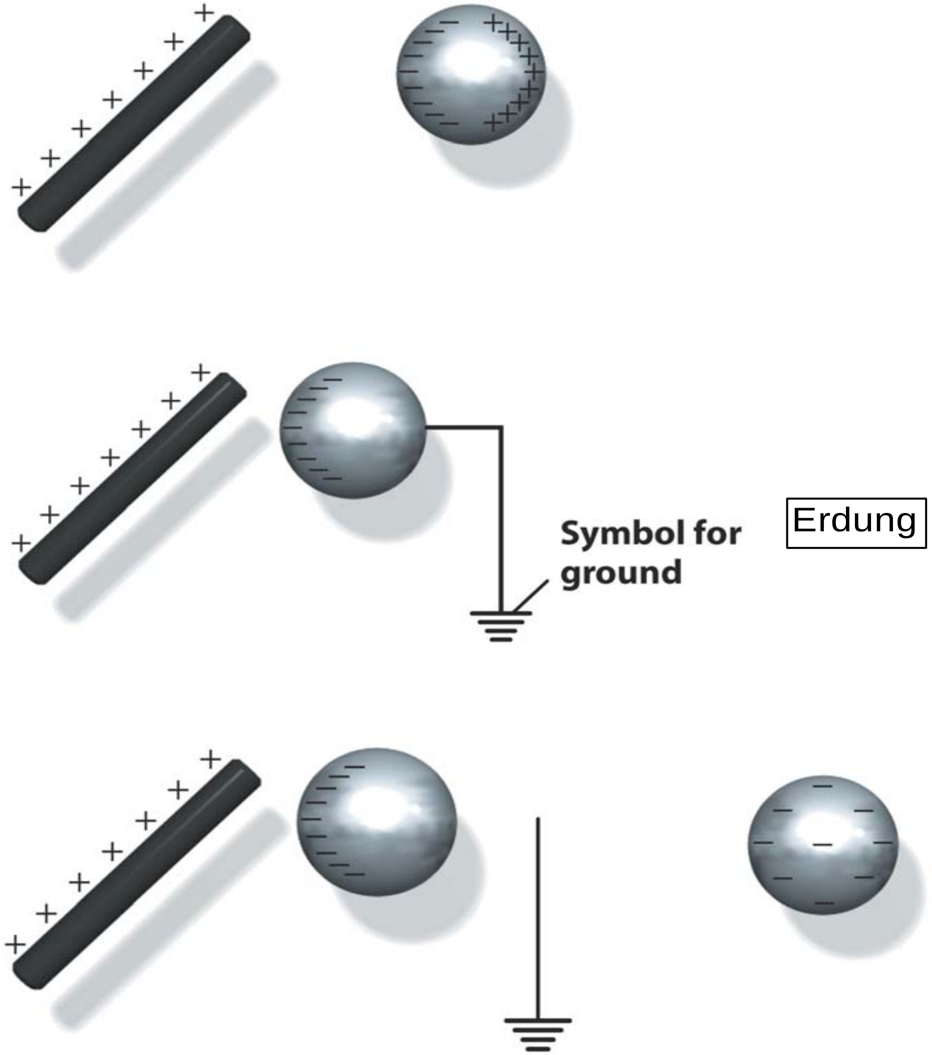
Trennung der Kugel



Entfernung des Stabes

Die beiden Kugeln tragen entgegengesetzt gleiche homogen
über die Kugeloberfläche verteilte Ladung

Für viele Zwecke kann die Erde als unendlich großer Leiter mit großem Vorrat an freien Ladungen betrachtet werden.



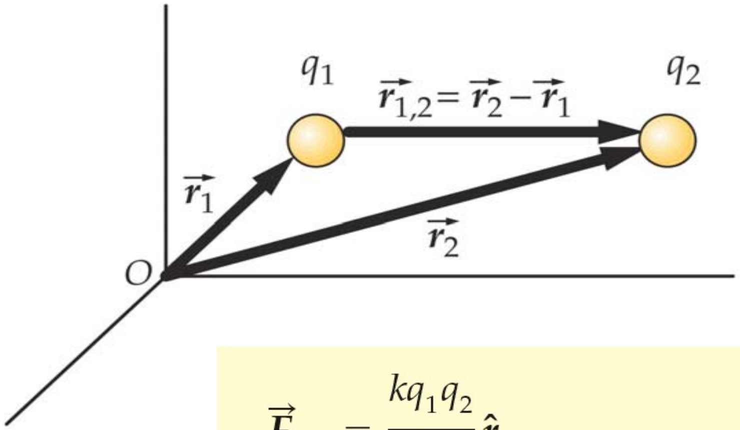
Blitzableiter

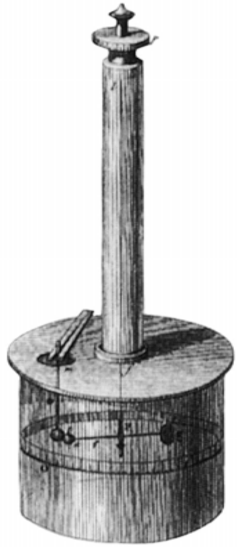
21.3 Das Coulomb'sche Gesetz (Coulomb's Law)

Coulomb'sches Gesetz

The force exerted by one point charge on another acts along the line between the charges. It varies inversely as the square of the distance separating the charges and is proportional to the product of the charges. The force is repulsive if the charges have the same sign and attractive if the charges have opposite signs.

COULOMB'S LAW





Coulomb'sche Torsionswaage

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{kq_1q_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}_{1,2} \qquad 21\text{-}4$$

COULOMB'S LAW FOR THE FORCE EXERTED BY q_1 ON q_2

Proportionalitätskonstante $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.98758 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}

wobei ε_0 die elektrische Feldkonstante (Dielektrizitätskonstante des Vakuums): $\varepsilon_0 = 8.85416 \times 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}

Die Kraft ist abstoßend, wenn die Ladungen das gleiche Vorzeichen haben, und anziehend, wenn die Ladungen entgegengesetztes Vorzeichen haben. Zum Vergleich, die Gravitationskraft ist immer anziehend.

Beispiel 21.2: Elektrostatische Kraft im Wasserstoff

Wasserstoffatom: Abstand Elektron-Proton $r = 5.3\times10^{-11}$ m,
gesucht: die Größe der Anziehungskraft $\Rightarrow$

da $q_1 = +e$ und $q_1 = -e$ $\Rightarrow$ $\left|\vec{F}_\mathrm{C}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \left(8.99\times10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}\right)\frac{\left(1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}\right)^2}{\left(5.3\times10^{-11}\ \mathrm{m}\right)^2}$ $\Rightarrow$

$\left|\vec{F}_\mathrm{C}\right| = 8.19\times10^{-8}\ \mathrm{N}$

Beispiel 21.3: Das Kräfteverhältnis von elektrischer Anziehung und Gravitation

Wasserstoffatom bestehend aus Proton ($q_1 = +e,\ m_\mathrm{p} = 1.67\times10^{-27}$ kg) und Elektron ($q_2 = -e,\ m_\mathrm{e} = 9.11\times10^{-31}$ kg),
gesucht Verhältnis von elektrischer Kraft zur Gravitationskraft:

Coulomb'sches Gesetz $\left|\vec{F}_\mathrm{C}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$

Gravitationskraft $\left|\vec{F}_\mathrm{G}\right| = G\frac{m_\mathrm{p} m_\mathrm{e}}{r^2}$ $\Rightarrow$

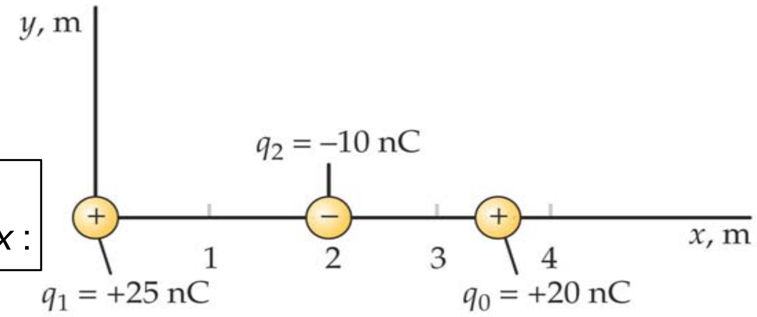
$$\frac{\left|\vec{F}_\mathrm{C}\right|}{\left|\vec{F}_\mathrm{G}\right|} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}}{G\frac{m_\mathrm{p} m_\mathrm{e}}{r^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{G m_\mathrm{p} m_\mathrm{e}} = \left(8.99\times10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}\right)\frac{\left(1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}\right)^2}{\left(6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}\right)\left(1.67\times10^{-27}\ \mathrm{kg}\right)\left(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}\right)}$$

$$\frac{\left|\vec{F}_\mathrm{C}\right|}{\left|\vec{F}_\mathrm{G}\right|} = 2.27\times10^{39}$$

Resultierende Kraft eines Systems von Ladungen

Die resultierende Kraft, die auf einer einzelne Ladung wirkt, ist die Vektorsumme der einzelnen Kräfte aller anderen Ladungen des Systems, die auf diese Einzelladung wirken.

Beispiel 21.4: Resultierende Kraft



Drei Punktladungen auf der x-Achse:
$q_1 = +25$ nC bei $x_1 = 0$ m, $q_2 = -10$ nC bei $x_2 = 2$ m, $q_0 = +20$ nC bei $x_0 = x$:

Teil a) gesucht resultierende Kraft auf q_0 für $x_0 = 3.5$ m $\Rightarrow$

Kraft von q_1 auf q_0: $\vec{F}_{1,0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_0}{r_{1,0}^2}\vec{e}_x = \left(8.99\times10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2}\right)\frac{(+25 \text{ nC})(+20 \text{ nC})}{(3.5 \text{ m})^2}\vec{e}_x = (0.367\ \mu\text{m})\vec{e}_x$

Kraft von q_2 auf q_0: $\vec{F}_{2,0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_0}{r_{2,0}^2}\vec{e}_x = \left(8.99\times10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2}\right)\frac{(-10 \text{ nC})(+20 \text{ nC})}{(1.5 \text{ m})^2}\vec{e}_x = (-0.799\ \mu\text{m})\vec{e}_x$

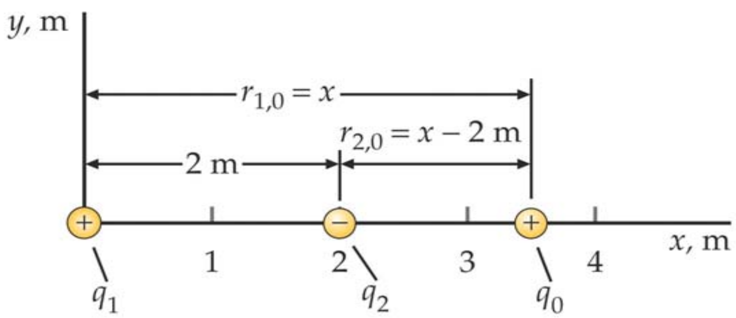
$\Rightarrow \quad \vec{F} = \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0} = (0.367\ \mu\text{m})\vec{e}_x + (-0.799\ \mu\text{m})\vec{e}_x = (-0.432\ \mu\text{m})\vec{e}_x$

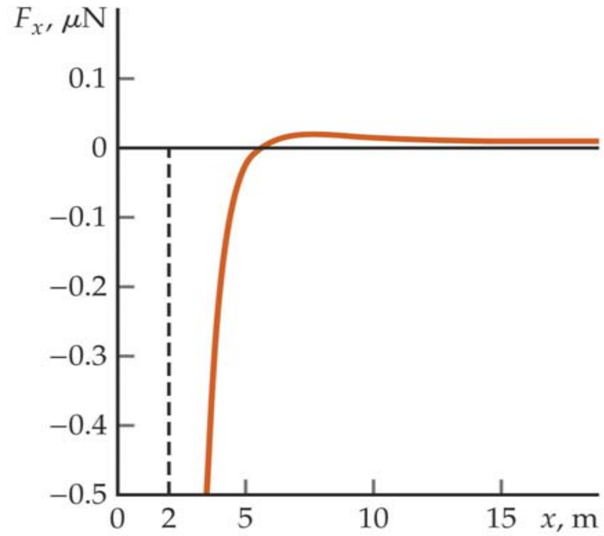
Teil b) resultierende Kraft für $r_{1,0} = x,\ r_{2,0} = x - x_2$

Kraft von q_1 auf q_0: $\vec{F}_{1,0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_0}{x^2}\vec{e}_x$

Kraft von q_2 auf q_0: $\vec{F}_{2,0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_0}{(x - x_2)^2}\vec{e}_x$

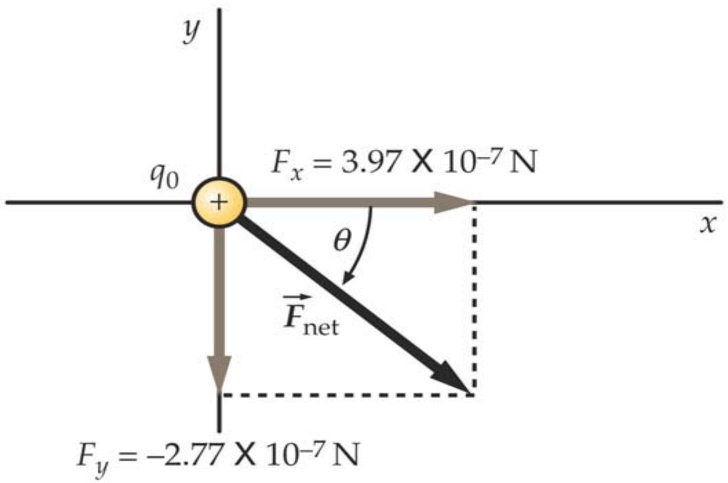
$$\vec{F} = \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_0}{x^2} + \frac{q_2 q_0}{(x - x_2)^2}\right)\vec{e}_x$$

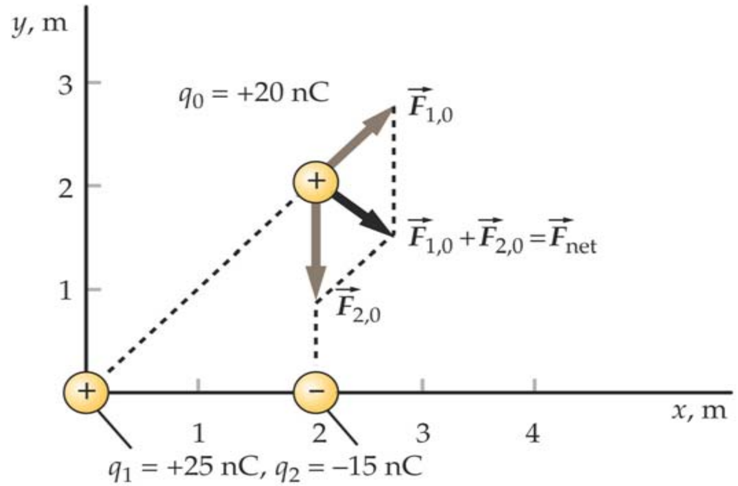




Beispiel 21.5: Resultierende Kraft in zwei Dimensionen

mögliches Prüfungsbeispiel



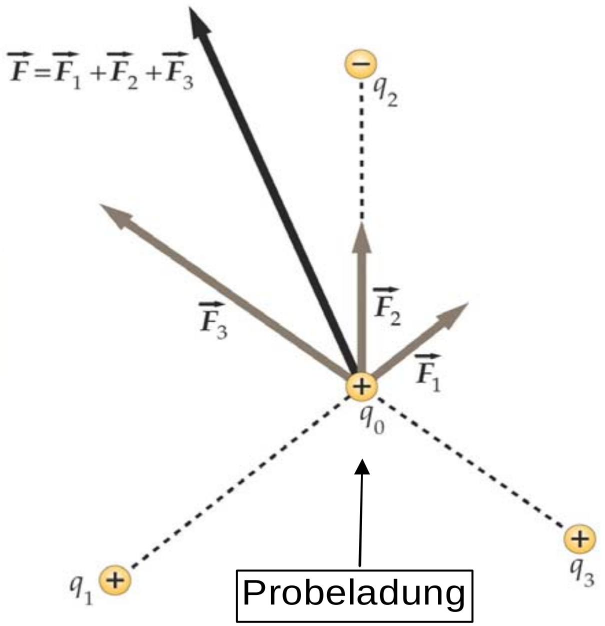


21.4 Das elektrische Feld (The electric field)

Um das Problem der Fernwirkung zu vermeiden, wird das Konzept des elektrischen Feld eingeführt. Eine Ladung erzeugt überall im Raum ein elektrisches Feld $\vec{E}$, und durch dieses Feld erfährt eine zweite Ladung eine Kraft.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (q_0 \text{ small}) \qquad \text{21-5}$$

DEFINITION—ELECTRIC FIELD



SI-Einheit des elektrischen Felds: N C^{-1}

TABLE 21-2

Some Electric Fields in Nature

	E, N/C
In household wires	10^{-2}
In radio waves	10^{-1}
In the atmosphere	10^{2}
In sunlight	10^{3}
Under a thundercloud	10^{4}
In a lightning bolt	10^{4}
In an X-ray tube	10^{6}
At the electron in a hydrogen atom	6×10^{11}
At the surface of a uranium nucleus	2×10^{21}

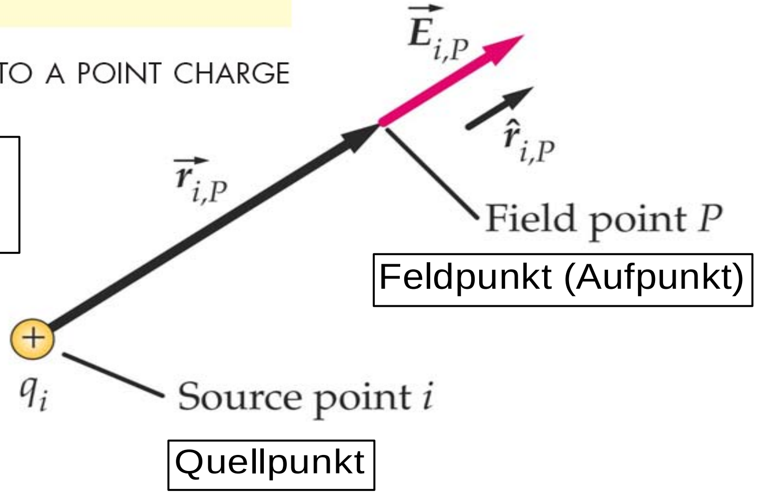
Das elektrische Feld beschreibt den Zusatnd des Raums, der durch ein System von Punktladungen hervorgerufen wird. Durch Bewegen einer Probenladung q_0 von Punkt zu Punkt kann man $\vec{E}$ in allen Raumpunkten finden.
Das elektrische Feld ist eine Vektorfunktion des Orts

Änderungen im Feld breiten sich durch den Raum mit Lichtgeschwindigkeit c aus. Wenn eine felderzeugende Ladung plötzlich bewegt wird, ändert sich die auf eine zweite Ladung im Abstand r wirkende Kraft erst zu einem späteren Zeitpunkt r / c

$$\vec{E}_{i,P} = \frac{kq_i}{r_{i,P}^2}\hat{r}_{i,P} \qquad \text{21-7}$$

COULOMB'S LAW FOR $\vec{E}$ DUE TO A POINT CHARGE

Das elektrische Feld $\vec{E}$ an einem Feldpunkt P, erzeugt durch eine Ladung q_i im Quellpunkt i.

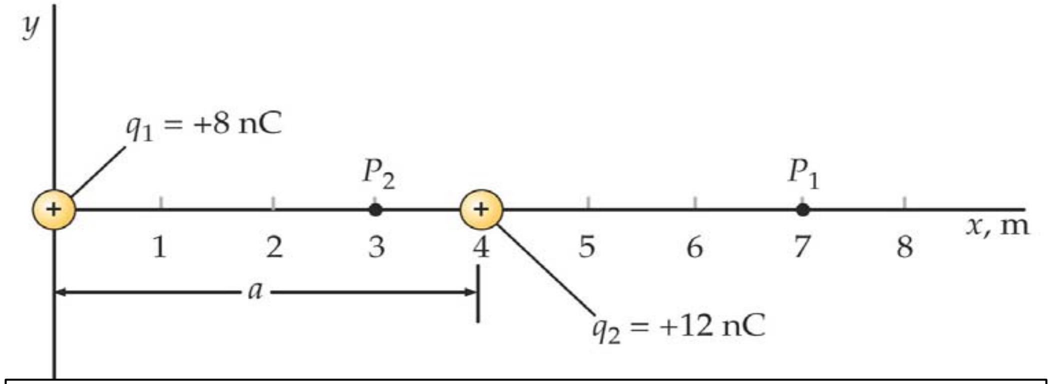


$$\vec{E}_P = \sum_i \vec{E}_{i,P} = \sum_i \frac{kq_i}{r_{i,P}^2}\hat{r}_{i,P} \qquad \text{21-8}$$

ELECTRIC FIELD $\vec{E}$ DUE TO A SYSTEM OF POINT CHARGES

Beispiel 21.6: Elektrisches Feld von zwei positiven Ladungen auf einer Linie

Positive Ladung $q_1 = +8$ nC im Koordinatenursprung, zweite positive Ladung $q_2 = +12$ nC auf der x-Achse bei $a = 4$ m.
Gesucht resultierendes Feld auf der x-Achse a) am Punkt P_1 b) am Punkt P_2:



Teil a) aus Gl. (21.8) $\vec{E} = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{\vec{r}_i} \quad \Rightarrow$

für Feldpunkt (Aufpunkt) P_1: $\vec{e}_{\vec{r}_1} = \vec{e}_x$ und $\vec{e}_{\vec{r}_2} = \vec{e}_x \quad \Rightarrow$

$$\vec{E}_{P_1,q_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\vec{e}_{\vec{r}_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}\vec{e}_x;$$

$$\vec{E}_{P_1,q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2}\vec{e}_{\vec{r}_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(x-a)^2}\vec{e}_x;$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{P_1,q_1} + \vec{E}_{P_1,q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}\vec{e}_x + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(x-a)^2}\vec{e}_x =$$

$$= \left(8.99\times10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}\right)\left[\frac{\left(8\times10^{-9}\text{ C}\right)}{(7\text{ m})^2} + \frac{\left(12\times10^{-9}\text{ C}\right)}{(3\text{ m})^2}\right]\vec{e}_x =$$

$$= \left(1.47 \text{ N C}^{-1}\right)\vec{e}_x + \left(12.0 \text{ N C}^{-1}\right)\vec{e}_x = \left(13.5 \text{ N C}^{-1}\right)\vec{e}_x$$

Teil b) für Feldpunkt (Aufpunkt) P_2: $\vec{e}_{\vec{r}_1} = \vec{e}_x$ und $\vec{e}_{\vec{r}_2} = -\vec{e}_x \quad \Rightarrow$

$$\vec{E}_{P_1,q_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\vec{e}_{\vec{r}_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}\vec{e}_x;$$

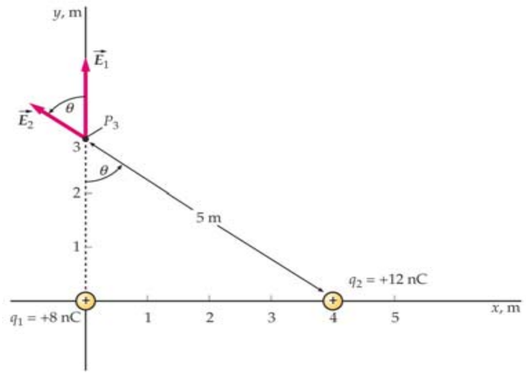
$$\vec{E}_{P_1,q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2}\vec{e}_{\vec{r}_2} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(x-a)^2}\vec{e}_x;$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{P_1,q_1} + \vec{E}_{P_1,q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}\vec{e}_x - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(x-a)^2}\vec{e}_x =$$

$$= \left(8.99\times10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}\right)\left[\frac{\left(8\times10^{-9}\text{ C}\right)}{(3\text{ m})^2} - \frac{\left(12\times10^{-9}\text{ C}\right)}{(-1\text{ m})^2}\right]\vec{e}_x =$$

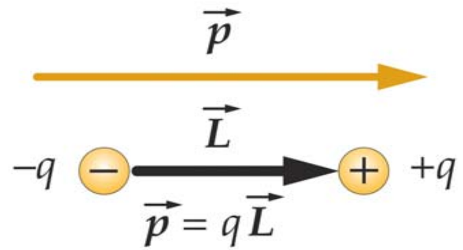
$$= \left(7.99 \text{ N C}^{-1}\right)\vec{e}_x - \left(108 \text{ N C}^{-1}\right)\vec{e}_x = -\left(100 \text{ N C}^{-1}\right)\vec{e}_x$$

Beispiel 21.7: Elektrisches Feld auf der y-Achse, erzeugt durch Punktladungen auf der x-Achse
mögliches Prüfungsbeispiel



Elektrische Dipole

Elektrischer Dipol: System von zwei entgegengesetzt gleichen Ladungen q, die durch einen (kleinen) Abstand $\vec{L}$ voneinander getrennt sind.



$$\vec{p} = q\vec{L} \qquad 21\text{-}9$$

DEFINITION—ELECTRIC DIPOLE MOMENT

Das Dipolmoment ist ein Vektor, der vom negativen zur positiven Ladung zeigt, mit Betrag qL

Elektrisches Feld des Dipols in einem Punkt auf der Achse in großer Entfernung $|x|$ vom Dipol: $\left|\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\left|\vec{p}\right|}{|x|^3}$

Beispiel 21.8: Elektrisches Feld von zwei entgegengesetzt gleiche Ladungen

Eine Ladung $+q$ bei $x = a$, eine zweite Ladung $-q$ bei $x = -a$ $\Rightarrow$

gesucht a) $\vec{E}$ auf der x-Achse für $x > a$, b) $\vec{E}$ auf der x-Achse für $x \gg a$

Teil a) aus Gl. (21.8) $\vec{E} = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{\vec{r}_i}$ $\Rightarrow$ für Feldpunkt (Aufpunkt) P bei $x > a$: $\vec{e}_{\vec{r}_1} = \vec{e}_x$ und $\vec{e}_{\vec{r}_2} = \vec{e}_x$ $\Rightarrow$

$$\vec{E}_{P,q_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\vec{e}_{\vec{r}_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x-a)^2}\vec{e}_x;\quad \vec{E}_{P,q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2}\vec{e}_{\vec{r}_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{(x+a)^2}\vec{e}_x;$$

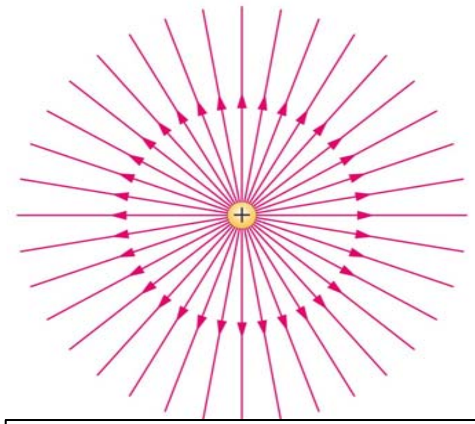
$$\vec{E} = \vec{E}_{P,q_1} + \vec{E}_{P,q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x-a)^2}\vec{e}_x + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{(x+a)^2}\vec{e}_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(x-a)^2} - \frac{1}{(x+a)^2}\right]\vec{e}_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(x+a)^2-(x-a)^2}{(x-a)^2(x+a)^2}\right]\vec{e}_x \Rightarrow$$

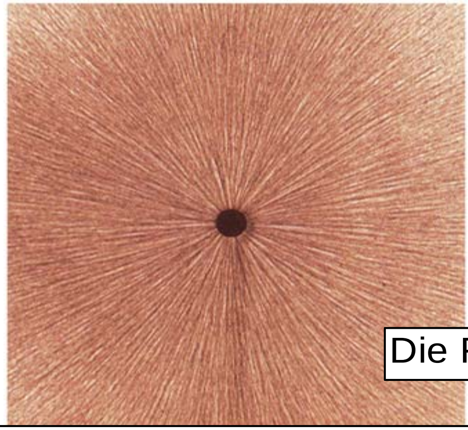
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\left(x^2+2ax+x^2\right)-\left(x^2-2ax+x^2\right)}{(x-a)(x+a)(x-a)(x+a)}\right]\vec{e}_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{4ax}{\left(x^2-a^2\right)^2}\right]\vec{e}_x$$

Teil b) für $x \gg a$ $\Rightarrow$ $a^2 \ll x^2$ $\Rightarrow$ $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{4ax}{\left(x^2-a^2\right)^2}\right]\vec{e}_x \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{4ax}{x^4}\right]\vec{e}_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4qa}{x^3}\vec{e}_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{x^3}\vec{e}_x$

21.5 Elektrische Feldlinien (Electric field lines)

Das elektrische Feld kann durch gerichtete Linien dargestellt werden $\Rightarrow$ elektrische Feldlinien.
Sie werden auch Kraftlinien gennant, da sie die Richtung der Kraft zeigen, die auf eine positive Ladung wirkt.

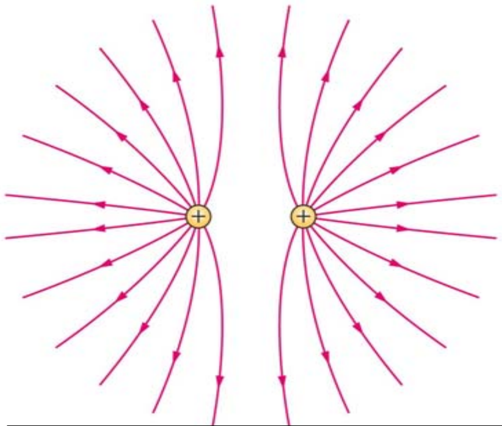


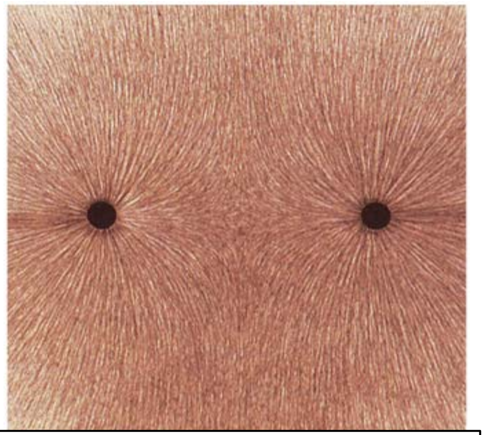


Die elektrischen Feldlinien zeigen in der Nähe einer positiven Ladung von der Ladung weg, und in der Nähe einer negativen Ladung zu dieser Ladung hin.

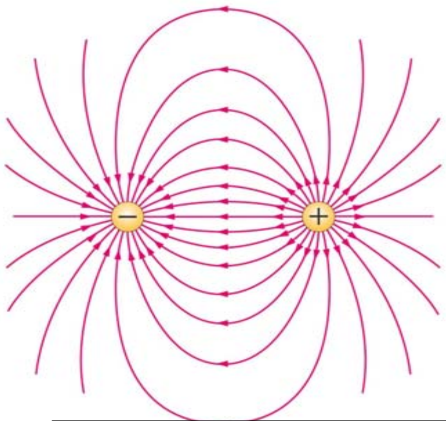
Die Feldstärke wird durch die Dichte der Feldlinien angegeben.

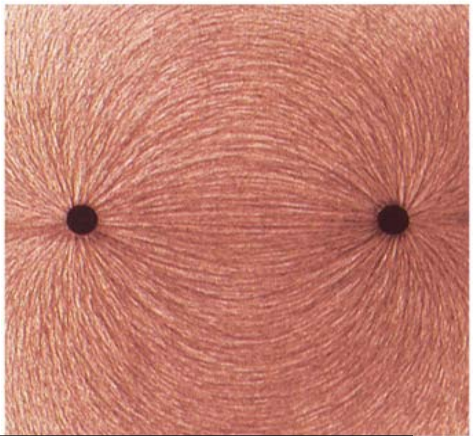
Elektrische Feldlinien einer einzelnen positivel Ladung





Elektrische Feldlinien von zwei positiven Punktladungen

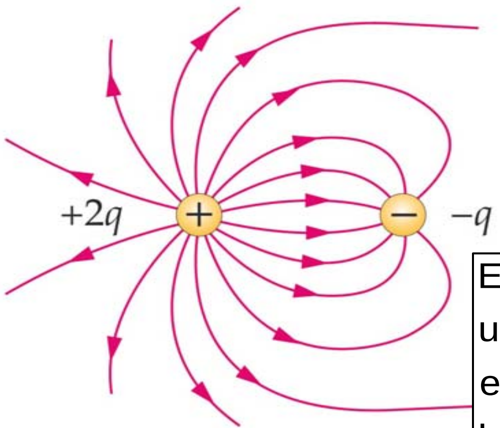


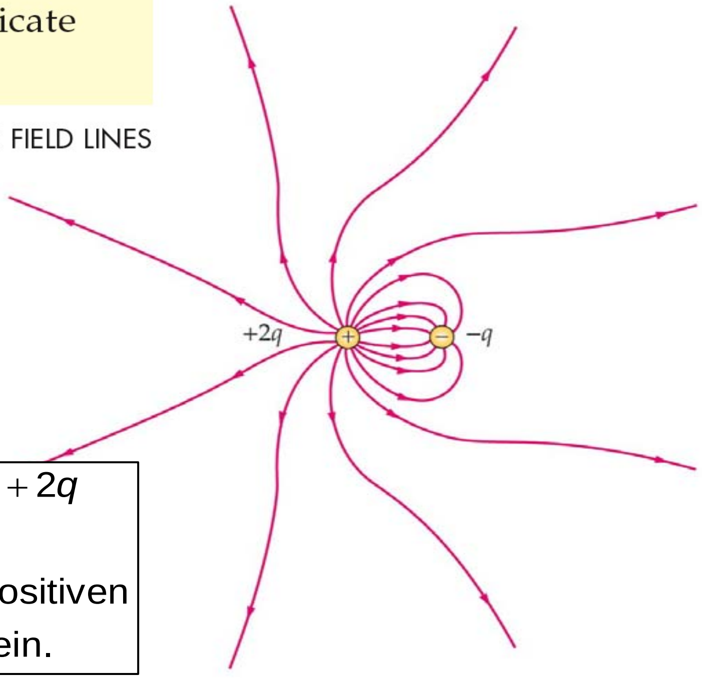


Elektrische Feldlinien eines elektrischen Dipols

1. Electric field lines begin on positive charges (or at infinity) and end on negative charges (or at infinity).
2. The lines are drawn uniformly spaced entering or leaving an isolated point charge.
3. The number of lines leaving a positive charge or entering a negative charge is proportional to the magnitude of the charge.
4. The density of the lines (the number of lines per unit area perpendicular to the lines) at any point is proportional to the magnitude of the field at that point.
5. At large distances from a system of charges with a net charge, the field lines are equally spaced and radial, as if they came from a single point charge equal to the net charge of the system.
6. Field lines do not cross. (If two field lines crossed, that would indicate two directions for $\vec{E}$ at the point of intersection.)

RULES FOR DRAWING ELECTRIC FIELD LINES

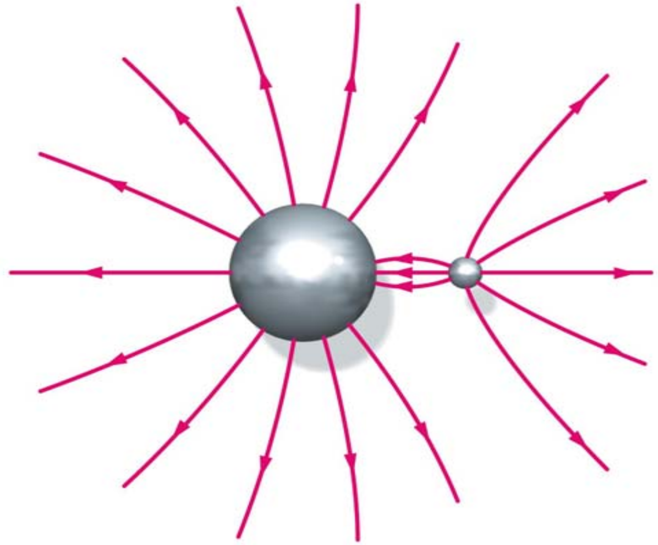




Elektrische Feldlinien für eine Punktladung $+2q$ und eine zweite Punktladung $-q$: es treten zwei mal so viele Linien aus der positiven Ladung aus wie in die negative Ladung hinein.

Beispiel 21.9: Elekreische Feldlinien für zwei leitende Kugeln

Elektrischen Feldlinien für zwei leitende Kugel siehe Abbildung $\Rightarrow$
Wie groß sind die Beträge der Ladungen auf den zwei Kugeln? Welches Vorzeichen haben sie?
Große Kugel (links): 11 elektrische Feldlinien verlassen die Kugel, und drei kommen an $\Rightarrow$ Ladung auf der großen Kugel positiv;
kleine Kugel (rechts): 8 elektrische Feldlinien verlassen die Kugel, und keine kommt an $\Rightarrow$ Ladung auf der kleinen Kugel positiv;
$\Rightarrow$ insgesamt gleiche Anzahl der austretenden Linien $\Rightarrow$
beide Kugel haben die gleiche positive Ladung;



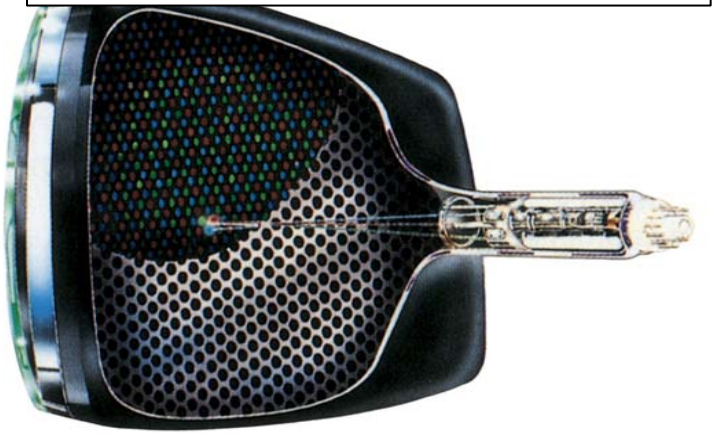
21.6 Bewegung von Punktladungen in elektrischen Feldern (Motion of point charges in electric fields)

Teilchen mit Ladung q in einem elektrischen Feld $\vec{E}$ $\Rightarrow$
Teilchen erfährt eine Kraft $\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E}$ $\Rightarrow$

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

Ist das elektrische Feld bekannt $\Rightarrow$ dann läßt sich $\frac{q}{m}$ aus der gemessenen Beschleunigung ermitteln.

Ablenkung eines Elektronenstrahls durch ein elektrisches Feld (oder auch durch ein magnetisches Feld) in einer Fernsehröhre.



Beispiel 21.10: Bewegung eines Elektrons parallel zu einem homogenen elektrischen Feld

Elektron in ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E} = (1000 \text{ N C}^{-1})\vec{e}_x$,
Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = (2\times10^6 \text{ m s}^{-1})\vec{e}_x$ in Richtung des Feldes,
gesucht die Länge der Strecke bis $v = 0$:

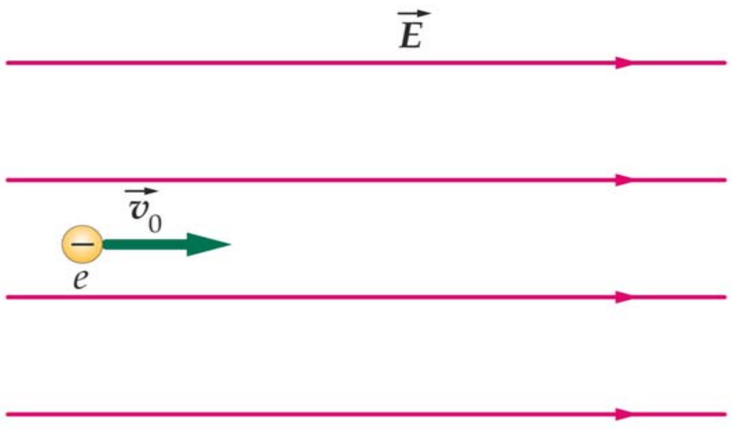
da $q = -e \Rightarrow \vec{F} = -e\vec{E}$ wirkt entgegengesetzt der Feldrichtung $\Rightarrow$
Abbremsung des Elektrons;

da $\vec{E}$ konstant $\Rightarrow$ $\vec{F}$ konstant $\Rightarrow$ $\vec{a}$ konstant $\Rightarrow$

aus Gl. (2.17) $v_x^2 = v_{0,x}^2 + 2a_x\Delta x$ mit $a_x = \dfrac{-eE}{m}$ $\Rightarrow$

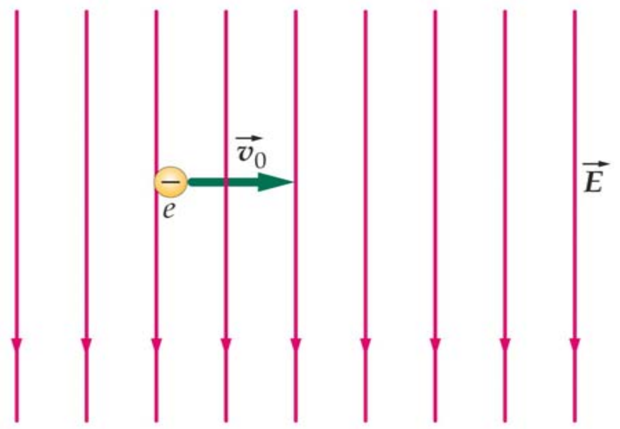
$$v_x^2 = v_{0,x}^2 + 2a_x\Delta x = v_{0,x}^2 + 2\frac{-eE}{m}\Delta x \quad \Rightarrow \quad \text{gefordert } v_x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{mv_{0,x}^2}{2eE} = \frac{\left(9.11\times10^{-31} \text{ kg}\right)\left(2\times10^6 \text{ m s}^{-1}\right)^2}{2\left(1.6\times10^{-19} \text{ C}\right)\left(1000 \text{ N C}^{-1}\right)} = 1.14\times10^{-2} \text{ m} = 1.14 \text{ cm}$$



Beispiel 21.11: Bewegung eines Elektrons senkrecht zu einem homogenen elektrischen Feld

mögliches Prüfungsbeispiel



Beispiel 21.12: Das elektrische Feld in einem Tintenstrahldrucker

Tintentropfen (Dichte ρ=1000 kg m^{-3}) mit Durchmesser 40 μm,
Anfangsgeschwindigkeit $v_{0,x} = 40$ m s^{-1},
Ladung $q = 2$ nC wenn vertikale Ablenkung
$\Delta y = 3$ mm beim Durchlauf der Ablenkplatten
von $\Delta x = 1$ cm;
gesucht die Größe des elektrischen Feldes E:

Es gilt $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$ und $\vec{F} = m\vec{a}$,

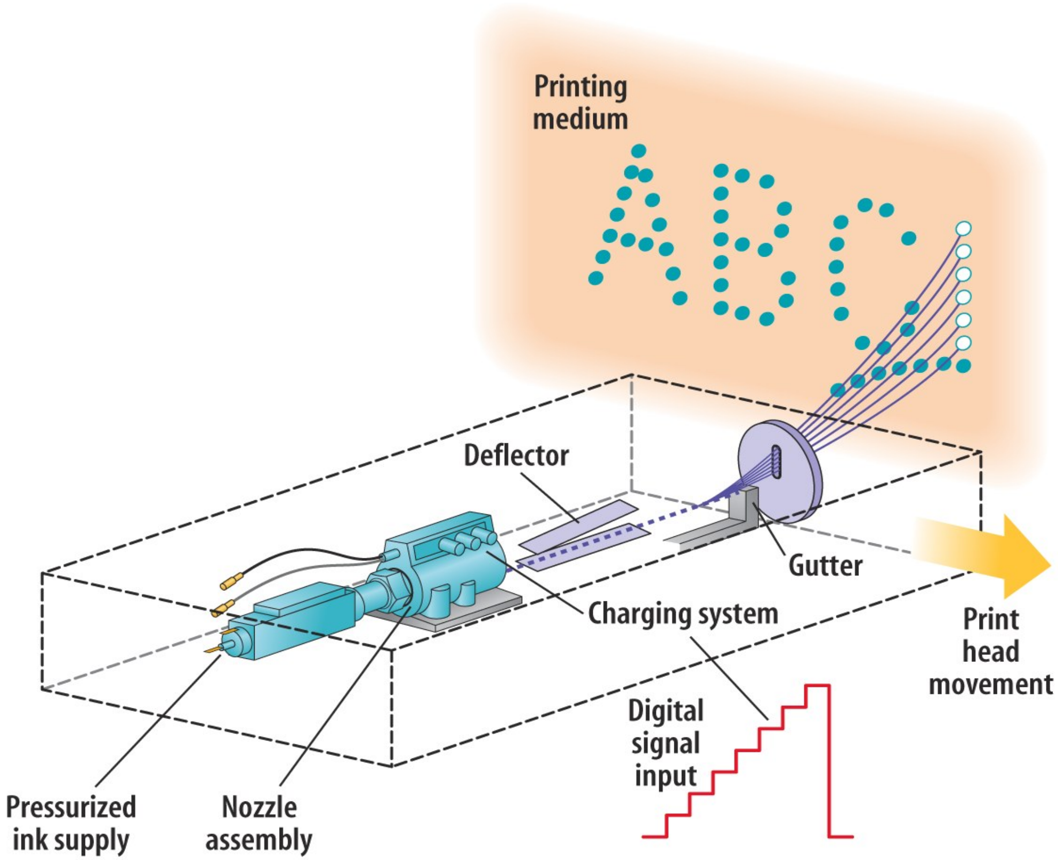
vertikale Verschiebung $\Delta y = v_{0,y} t + \dfrac{1}{2} a_y t^2 \;\Rightarrow$

mit $v_{0,y} = 0 \;\Rightarrow\; \Delta y = \dfrac{1}{2} a_y t^2 \;\Rightarrow\; a_y = \dfrac{2\Delta y}{t^2}$;

Durchlaufzeit der Ablenkplatten $\Delta x = v_{0,x} t \;\Rightarrow$

$t = \dfrac{\Delta x}{v_{0,x}} \;\Rightarrow$ eingesetzt $a_y = \dfrac{2\Delta y}{(\Delta x)^2} v_{0,x}^2$;

mit $m = \rho V = \rho \dfrac{4}{3}\pi r^3 \;\Rightarrow$



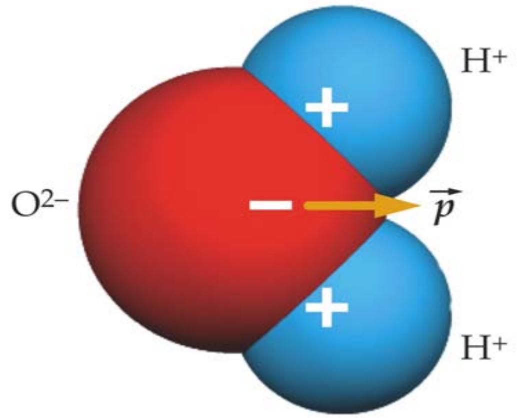
$$\text{mit } \left|\vec{E}\right| = E_y = \frac{F_y}{q} = \frac{m a_y}{q} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{2\Delta y}{(\Delta x)^2} v_{0,x}^2}{q} = \frac{8\pi}{3}\frac{\rho r^3 v_{0,x}^2 \Delta y}{q(\Delta x)^2} = \frac{8\pi}{3}\frac{\left(1000 \text{ kg m}^{-3}\right)\left(20\times10^{-6}\text{ m}\right)^3\left(40\text{ m s}^{-1}\right)^2\left(3\times10^{-3}\text{ m}\right)}{\left(2\times10^{-9}\text{ C}\right)\left(0.01\text{ m}\right)^2} =$$

$= 1610$ N C^{-1}

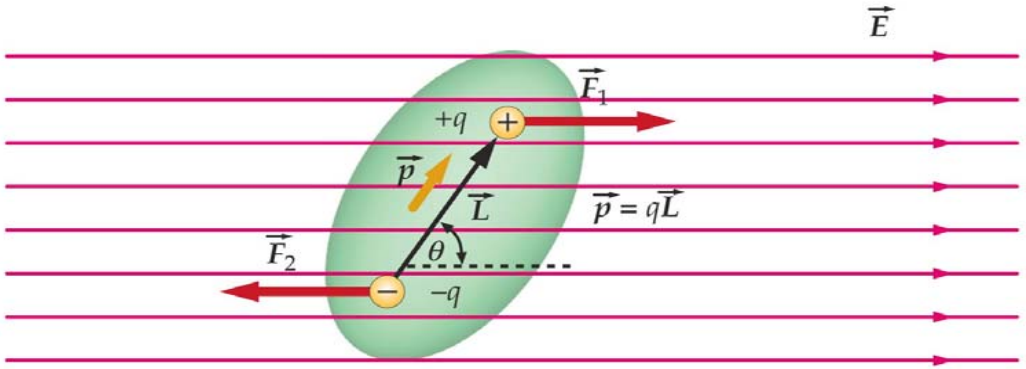
21.7 Elektrische Dipole in elektrischen Feldern (Electric dipoles in electric fields)

Polare Moleküle

Polare Moleküle: Moleküle mit einem permanenten Dipolmoment, verursacht durch eine inhomogene Ladungsverteilung innerhalb des Moleküls.



Ein homogenes äußeres elektrisches Feld übt keine resultierende Kraft auf einen Dipol aus. Die entgegengegesetzt gleiche Kräfte drehen den Dipol bis sein Dipolmoment parallel zur Richtung des Feldes steht.



Ein Wassermolekül hat ein permanentes elektrisches Dipolmoment

Betrag des Drehmoments für jede Punktladung: $|\vec{\tau}| = |\vec{L}\times\vec{F}| = |\vec{L}||\vec{F}|\sin\theta = |\vec{L}||q\vec{E}|\sin\theta = |\vec{p}||\vec{E}|\sin\theta.$

$\Rightarrow \quad \vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E},$ wobei das Drehmoment, das vom Kräftepaar erzeugt wird, ist unabhängig von dem gewählten Bezugspunkt siehe Kapitel 12.4 in Teil 12.

Drehung eines Dipols um den Winkel $\mathrm{d}\theta$ im elektrischen Feld $\Rightarrow$

geleistete Arbeit (siehe Tabelle 9.2 im Teil 9) $\mathrm{d}W = -|\vec{\tau}|\mathrm{d}\theta = -|\vec{p}||\vec{E}|\sin\theta\mathrm{d}\theta \quad \Rightarrow$

mit $\mathrm{d}E_{\text{pot}} = -\mathrm{d}W = |\vec{p}||\vec{E}|\sin\theta\mathrm{d}\theta$ (siehe Teil 6.4 in Kapitel 4) $\Rightarrow$ integriert $E_{\text{pot}} = -|\vec{p}||\vec{E}|\cos\theta + E_{\text{pot,0}} \quad \Rightarrow$

$E_{\text{pot,0}}$ willkürliche Integrationskonstante $\Rightarrow$ gewählt wird $E_{\text{pot,0}} = 0$ bei 90° $\Rightarrow$

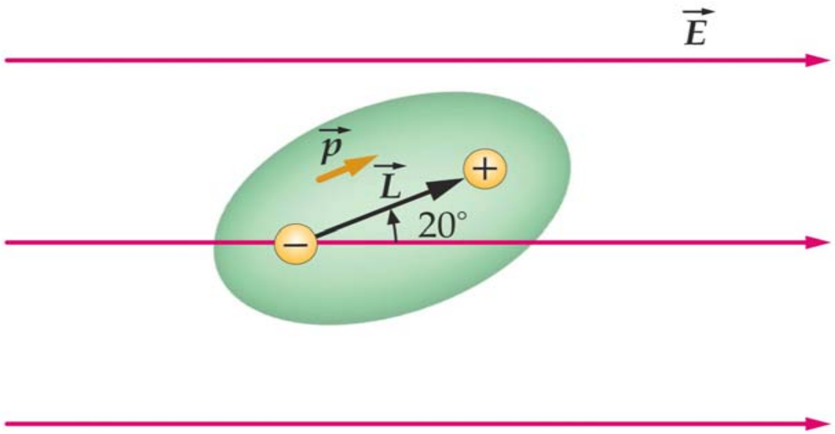
$E_{\text{pot}} = -|\vec{p}||\vec{E}|\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

$$U = -pE\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E} \qquad 21\text{-}12$$

POTENTIAL ENERGY OF A DIPOLE IN AN ELECTRIC FIELD

Mikrowellenherde nützen die elektrischen Dipolmomente der Wassermoleküle, um Essen zu kochen: Mikrowelle $\Rightarrow$ oszillierende elektromagnetische Wellen $\Rightarrow$ Erzeugung von Drehmomenten von elektrischen Dipolen $\Rightarrow$ Rotation der Moleküle $\Rightarrow$ Energieübertragung auf die Speise

Beispiel 21.13: Drehmoment und potentielle Energie



Dipol mit $|\vec{p}| = 0.02\ e$ nm in einem elektrischen Feld mit $|\vec{E}| = 3\times10^3$ N C^{-1} bildet einen Winkel $\theta = 20°$, gesucht a) Drehmoment, b) potentielle Energie

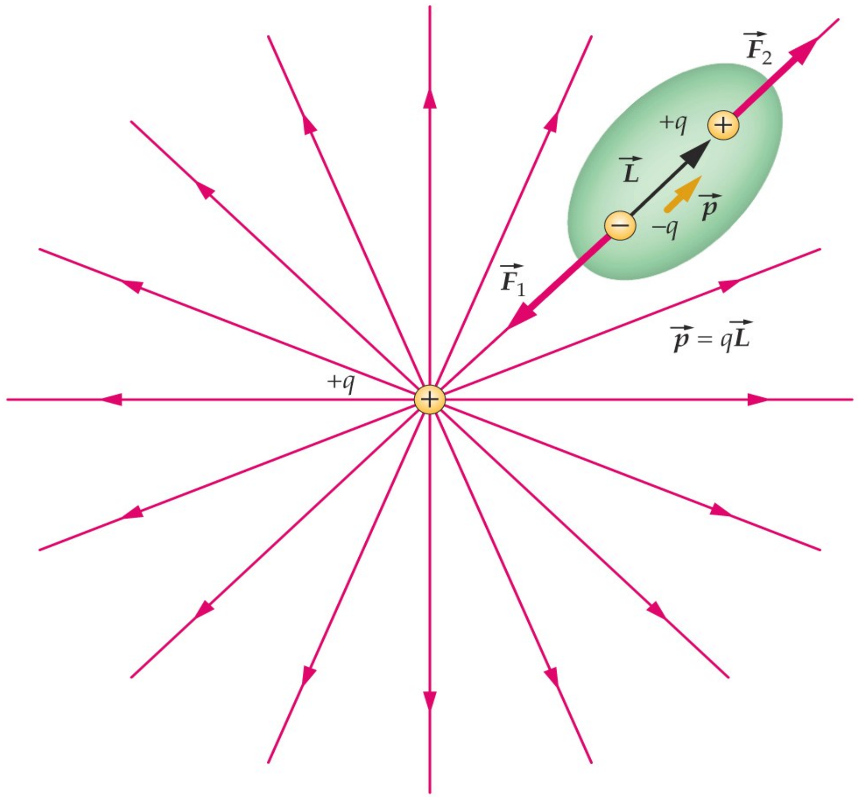
Teil a) aus Gl. (21.11) $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} \;\Rightarrow\; |\vec{\tau}| = |\vec{p}||\vec{E}|\sin\theta = (0.02\ e\ \text{nm})(3\times10^3\ \text{N C}^{-1})\sin 20° =$
$(0.02)(1.6\times10^{-19}\ \text{C})(10^{-9}\ \text{m})(3\times10^3\ \text{N C}^{-1})\sin 20° = 3.28\times10^{-27}$ N m

Teil b) $E_{pot} = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -|\vec{p}||\vec{E}|\cos\theta = -(0.02)(1.6\times10^{-19}\ \text{C})(10^{-9}\ \text{m})(3\times10^3\ \text{N C}^{-1})\cos 20° = -9.02\times10^{-27}$ J

Nichtpolare Moleküle

Nichtpolare Moleküle haben kein permanentes elektrisches Dipolmoment.
In Anwesenheit eines elektrischen Feldes $\Rightarrow$ Ladungen räumlich getrennt $\Rightarrow$ induziertes Dipolmoment $\Rightarrow$ die Moleküle richten sich parallel zum äußeren elektrischen Feld aus und sind polarisiert.

In einem inhomogenen elektrischen Feld erfährt ein elektrischer Dipol eine von null verschiedene resultierende Kraft, da das elektrische Feld unterschiedliche Feldstärken an dem positiven und dem negativen Pol aufweist.



Nichtpolares Molekül in einem inhomogenen Feld einer positiven Punktladung

Alonso-Finn

21. Elektrische Wechselwirkung

21.1 Einführung

21.2 Elektrische Ladung

21.3 Das Coulomb'sche Gesetz

21.4 Ladungseinheiten

21.5 Das elektrische Feld

21.6 Das elektrische Feld einer Punktladung

21.7 Die Quantisierung der elektrischen Ladung

21.8 Das Prinzip der Ladungserhaltung

21.9 Das elektrische Potential

21.10 Beziehung zwischen elektrisches Potential und elektrisches Feld

21.11 Elektrisches Potential einer Punktladung

21.12 Energiebeziehungen in einem elektrischen Feld