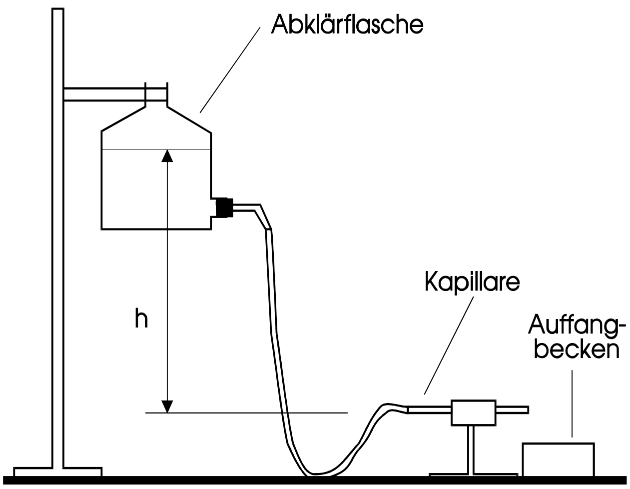
G. Moser, M. Musso, version 10/22/02

Mechanik:

Hagen-Poiseuille-Gesetz und Viskosität

Aufgabenstellung:

In diesem Versuch sind die Durchflußrate durch Kapillarröhrchen mit gegebenem Durchmesser als Funktion der Höhe der Flüssigkeitssäule, und der Flußwiderstand als Funktion des Kapillarradius zu bestimmen.
In einem zweiten Versuch wird die dynamische Viskosität η von Flüssigkeiten mit Hilfe des Haake Kugelfall-Viskosimeters bestimmt.



Versuchsaufbau zum Hagen-Poiseuille Gesetz

Experimentelle Vorgangsweise:

A) Hagen-Poiseuille: Aus einer Abklärflasche, welche einen Flüssigkeitsspiegel in der Höhe h relativ zu einem Kapillarröhrchen besitzt (h = 70, 60, 50, 40, 30, 20 cm), wird ein Volumen V von bis zu 70 ml Wasser in ein Gefäß abgelassen. Die Zeit t (mindestens 5 s), die zum Ablassen des Volumen V notwendig ist, wird mit einer Stoppuhr gemessen. Daraus kann die Volumsdurchflußrate bzw. Flüssigkeits-Stromstärke $I = V / t$ bestimmt werden. Die Messunsicherheiten ΔV und Δt sollen abgeschätzt werden. Diese Prozedur wird mit 4 Kapillarröhrchen mit Innendurchmesser d = 3.5, 2.4, 1.4 und 0.9 mm, jeweils für die Höhen h = 70, 60, 50, 40, 30, 20 cm durchgeführt. Es ist günstiger bei einem gegebenen Kapillarröhrchen die Höhe h der Kapillare zu verändern als umgekehrt bei einer festen Höhe h die Kapillarröhrchen auszutauschen. **Es ist *zu beachten*, daß beim Wechsel der Kapillarröhrchen keine Luftblasen im Schlauch entstehen, da sich ansonsten kein kontinuierlicher Flüssigkeitsstrom einstellt**.

B) Viskosität: Die dynamische Viskosität η von Flüssigkeiten wird mit Hilfe des Haake Kugelfall-Viskosimeters bestimmt. Dabei wird die Fallzeit t einer genau definiertern Kugel in einem vertikal gestellten Glasrohr, gefüllt mit der zu untersuchenden Flüssigkeit (in diesem Fall reines Glycerin), gemessen.

- Das Viskosimeter wird zunächst mittels der drei Nivellierschrauben ausgerichtet.
- Das Instrument wird entarretiert und um 180° umgeschwenkt. Die Kugel fällt dabei in die Anfangslage.
- Dann wird wiederum umgeschwenkt und in Normalstellung fixiert. Die Fallzeit t und ihre Unsicherheit Δt wird bestimmt.
    - Sobald die untere Kugelperipherie die anvisierte obere Ringmarke, die als Strich erscheinen muß, zu berühren scheint, wird mittels der Stoppuhr der Anfang und ebenso an der unteren Ringmarke das Ende der Fallzeit t gemessen.
- Die Messung wird 5 mal durchgeführt, damit ein Mittelwert und eine Standardabweichung (95% Konfidenz) bestimmt werden kann.

Auswertung:

Zu A) Die Volumsdurchflußraten I und ihre Unsicherheiten ΔI (da $I = V/t = V\,t^{-1}$ die Form eines Potenzproduktes hat -> aus Fehlerfortpflanzung $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta t}{t}$) sind in einem Diagramm als Funktion der Höhe h mit dem Kapillardurchmesser d als Parameter zu zeichnen.

Die Druckdifferenz Δp zwischen den Enden der Kapillare ist die treibende Kraft zur Überwindung der Reibungskraft. Wenn die Kapillare waagrecht steht, ist Δp gleich dem hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule der Höhe h

$$\Delta p = \rho\, g\, h$$

mit ρ... Flüssigkeitsdichte (ρ = 0.998(1) g cm^{-3} bei 20°C), g Erdbeschleunigung (g = 9.81(1) m s^{-2}.).
Damit kann der Flußwiderstand

$$R = \Delta p / I$$

für unterschiedliche Kapillarradii $r = d / 2$ bestimmt werden. Für die Höhen h wird der dekadische Logarithmus des Flußwiderstandes R als Funktion des dekadischen Logarithmus des Kapillarradius r gezeichnet. Laut Hagen-Poseuille-Gesetzt sollte bei laminarer Strömung der folgende theoretische Zusammenhang gelten:

$$R = \frac{\Delta p}{I} = \frac{8\,\eta\, l}{\pi\, r^4} \propto r^{-4}\,.$$

Die Steigungen der in die Datenpunkte gelegten Ausgleichgeraden sind zu berechnen. Stimmt die theoretische und die experimentelle Radius-Abhängigkeit überein? Mögliche Meßfehler sind abzuschätzen und die Ergebnisse sind zu diskutieren.

B) Die Berechnung der Viskosität η in Centipoise erfolgt nach der folgenden Formel:

$$\eta = t\,(\rho_k - \rho_f)K$$

dabei bedeuten
- η absolute dynamische Viskosität in Centipoise
- t Fallzeit der Kugel in Sekunden
- ρ_k Dichte der Kugel in g/cm^3 (7.706 g/cm^3)
- ρ_f Dichte der Flüssikgeit in g/cm^3 (1.260 g/cm^3)
- K Kugelkonstante (K = 4.46)

Da die Beiträge der Unsicherheiten der Dichten und der Kugelkonstante vernachlässigbar sind gegenüber der Unsicherheit der Fallzeit , ist die Unsicherheit $\Delta\eta$ der Viskosität gegeben durch $\Delta\eta = \Delta t\,(\rho_k - \rho_f)K$

Wichtig: Zur Angabe der Viskosität gehört die Angabe der Messtemperatur !.

Weiterführende Literatur:

* K. GLASS et al.: Biophysikalisches Praktikum, Georg Thieme Verlag
* G. DUNCAN: Physics in the Life Sciences, Blackwell Scientific Publications
* ADAM, LÄUGER, STARK: Physikalische Chemie und Biophysik, Springer Verlag
* Römpp Chemie Lexikon, siehe http://www.ubs.sbg.ac.at/ubs/cdrom/net/ica/roempp.ica
* dtv-Atlas zur Ökologie

Schlagworte:

* Hydrostatischer Druck
* Laminare Strömung, Reynolds-Zahl
* Viskosität von Flüssigkeiten