Fachbereich Mathematik
Assoz.-Prof. Dr. Simon Blatt
16.03.2020

# Analysis II

## 2. Übungsblatt

## Theorieaufgaben

1. Definieren Sie das obere und untere Riemann-Integral.
2. Erklären Sie den Begriff Riemann-Integrierbarkeit. Nennen Sie einige hinreichende Bedingungen, dass eine Funktion Riemann-integrierbar ist!

## Rechen-/Beweisaufgaben

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\text{(a)} \int \arccos x dx, \qquad \text{(b)} \int \sqrt{x+\sqrt{x^5}}dx,$$
$$\text{(c)} \int e^x \sin x dx, \qquad \text{(d)} \int \frac{2x^2-2}{(x-1)(x^2-2x+1)}dx.$$

### Aufgabe 2

Berechnen Sie weiters folgende unbestimmte Intregrale:

$$\text{(a)} \int \frac{e^x-1}{e^x+1}dx, \qquad \text{(b)} \int e^{-x}\sinh x dx,$$
$$\text{(c)} \int \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1}dx, \qquad \text{(d)} \int \ln^2 x dx.$$

### Aufgabe 3

Berechnen Sie das Integral $\int_a^b x^2 dx$ mittels einer Riemann'schen Summe.

Hinweis: Wählen Sie eine äquidistante Zerlegung des Intervalls $[a,b]$ über $x_i := a+ih$ mit $i = 0,...,n$ und $h = \frac{b-a}{n}$ und benützen Sie die Stützstellen $\xi_i := x_{i-1}$ mit $i = 1,...n$. Setzen Sie zur Vereinfachung zunächst $a = 0$ und verallgemeinern Sie Ihr Ergebnis anschließend indem Sie die Gebietsadditivität des Integrals benützen.

## Aufgabe 4

Berechnen Sie $\int_2^3 (x^2 - 5x)dx$ mittels der Ober- und Untersumme zur Zerlegung in $n$ Teilintervalle mit äquidistanten Stützstellen.

## Aufgabe 5

1. Gegeben seien $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \int_0^{\sin(x)} \sin(e^t)dt$ und $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \int_x^{\sin(x)} \sin(e^t)dt$. Begründen Sie, warum sowohl $F$ als auch $G$ auf $\mathbb{R}$ differenzierbar sind und berechnen Sie jeweils die Ableitung.
2. Ermitteln Sie alle lokalen Extremstellen der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \int_0^x (1 + 4t)e^{t^2} dt + xe^{x^2}.$$