UNIVERSITÄT SALZBURG

Fachbereich Mathematik
Ass.-Prof. Dr. Simon Blatt
Besprechung: 30.1.2017

Analysis II

13. Übungsblatt

Theorieaufgaben

1. Geben Sie eine Definition für den Begriff des Lagrange-Multiplikators an.
2. Geben Sie eine Definition für den Begriff 'regulärer Punkt' an.
3. Geben Sie ein Kriterium dafür an, dass eine Teilmenge des euklidischen Raumes eine Untermannigfaltigkeit ist.

Rechen-/Beweisaufgaben

Aufgabe 50

Zeigen Sie, dass die Mengen

a) $M_1 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 - 2z^2 = x + y + z - 1 = 0\}$

b) $M_2 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + xy - y - z = 2x^2 + 3xy - 2y - 3z = 0\}$

1-dimensionale Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^3$ sind.
Zeigen Sie ausserdem, dass $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \; \varphi(t) = (t, t^2, t^3)$ eine Parameterdarstellung von M_2 ist.

Aufgabe 51

Bestimmen Sie die Punkte der Menge

$$M := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + 2y^2 - z^2 = 1\},$$

die minimalen (euklidischen) Abstand vom Nullpunkt haben.

Aufgabe 52

Bestimmen Sie das Minimum und das Maximum der Funktion

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

auf

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 = 2, \; x + z = 1\}.$$

Aufgabe 53

Bestimmen Sie die Minima und Maxima der Funktion

$$f(x, y) = 4x^2 - 3xy$$

auf der Kreisscheibe

$$K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 \leq 1\}$$

.

Aufgabe 54

Zeigen Sie, dass die Menge

$$M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ xy = 0\}$$

keine Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^2$ ist.