UNIVERSITÄT SALZBURG

Fachbereich Mathematik
Univ.-Prof. Dr. Verena Bögelein
Wintersemester 2017/18

5. Blatt zur Übung Analysis I
(Besprechung am 06.11.2017)

Theorieaufgaben.

1. Erklären Sie den Begriff einer *Folge komplexer Zahlen* und definieren Sie den Begriff des *Grenzwerts* einer *konvergenten Folge* in $\mathbb{C}$.

Beweisaufgaben.

Aufgabe 17. Bestimmen Sie Supremum und Infimum der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}$. In welchen Fällen liegt ein Maximum bzw. ein Minimum vor? Beweisen Sie Ihre Ergebnisse.

(a) $\left\{\dfrac{4n-1}{2n} : n \in \mathbb{N}\right\}$,

(b) $\mathbb{Q} \cap \left(\sqrt{5}, \sqrt{6}\right]$,

(c) $\left\{x + \dfrac{1}{x} : \dfrac{1}{2} \leq x < 2\right\}$.

Aufgabe 18. Für zwei komplexe Zahlen $z = x + iy \in \mathbb{C}$ und $0 \neq w = u + iv \in \mathbb{C}$ mit $u, v, x, y \in \mathbb{R}$ sowie $\gamma \in \mathbb{R}$ beschreibt eine komplexe bzw. reelle Gleichung der folgenden Form

$$2\,\mathrm{Re}(z\bar{w}) = \gamma \iff 2(xu + yv) = \gamma$$

eine Gerade in der Ebene. Wir definieren nun die *Inversionsabbildung* als

$$I\colon \mathbb{C}_{\neq 0} \to \mathbb{C}_{\neq 0},\ I\colon z \mapsto 1/\bar{z}.$$

In der Vorlesung wurde bereits gezeigt, dass das Bild $I(K) \subset \mathbb{C}_{\neq 0}$ einer Kreislinie $K \subset \mathbb{C}_{\neq 0}$ wiederum eine Kreislinie ist.

Zeigen Sie nun, dass die Abbildung I ebenso folgende Eigenschaften erfüllt:

(a) Das Bild $G \coloneqq I(K \setminus \{0\})$ einer Kreislinie K durch den Ursprung 0 ist eine Gerade in $\mathbb{C}_{\neq 0}$.

(b) Die Menge $K' \coloneqq I(G') \cup \{0\}$, mit $I(G')$ dem Bild einer Geraden $G' \subset \mathbb{C}_{\neq 0}$, ist eine Kreislinie durch den Ursprung 0.

(c) Die Menge $I(G'' \setminus \{0\}) \cup \{0\}$ einer Geraden G'' durch den Ursprung 0 ist wieder G''.