UNIVERSITÄT SALZBURG

Fachbereich Mathematik
Wintersemester 2019/20
Dr. Stefan Sturm

Eindimensionale Variationsrechnung - Blatt 00
(Präsenzblatt)

Aufgabe 00.
Handelt es sich bei folgenden Abbildungen $\| \,.\, \|$ um Normen auf dem jeweils angegebenen Vektorraum V? Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

(a) $V = \mathbb{R}^n \ni x$ mit

$$\|x\| := \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2\right)^{1/2}.$$

(b) $V = \mathbb{R}^n \ni x$ mit

$$\|x\| := \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^{1/2}\right)^{2}.$$

(c) $V = C^0([0,1]) \ni f$ mit

$$\|f\| := \max_{t\in[0,1]} |f(t)|.$$

(d) $V = C^1([0,1]) \ni f$ mit

$$\|f\| := \max_{t\in[0,1]} |f(t)|.$$

(e) $V = C^1([0,1]) \ni f$ mit

$$\|f\| := \max_{t\in[0,1]} |f'(t)|.$$

(f) $V = C^1([0,1]) \ni f$ mit

$$\|f\| := \max_{t\in[0,1]} |f(t)| + \max_{t\in[0,1]} |f'(t)|.$$

(g) $V = PC^1([0,1]) \ni f$ mit

$$\|f\| := \max_{t\in[0,1]} |f(t)| + \max_{i=1,\ldots,m} \left(\max_{t\in[t_{i-1},t_i]} |f'(t)|\right),$$

wobei

$$PC^1([0,1]) := \left\{f \in C^0([0,1]) \mid f \in C^1([t_{i-1},t_i]),\ i = 1,\ldots,m\right\}$$

und $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_{m-1} < t_m = 1$ eine von f abhängige Zerlegung des Intervalls $[0,1]$ darstellt.

Anmerkung: $PC^1([0,1])$ bezeichnet den Vektorraum aller stückweise stetig differenzierbaren Funktionen auf $[0,1]$. Die Abkürzung PC steht hierbei für „piecewise continuous“.